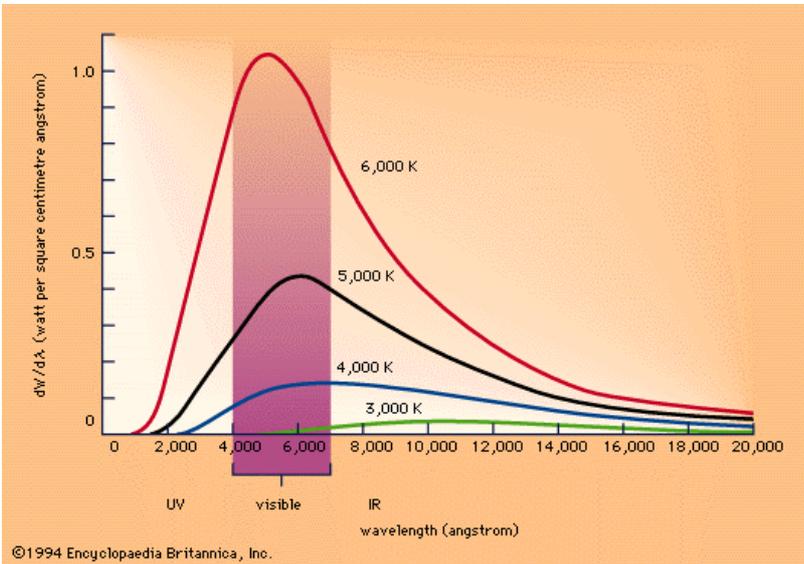


## Formula di Planck

Un corpo nero è un corpo ideale capace di assorbire e di emettere tutte le radiazioni elettromagnetiche e di non rifletterne alcuna. Con buona approssimazione si possono assimilare a un corpo nero tutti i corpi incandescenti. La migliore approssimazione di un corpo nero è una cavità munita di una piccola apertura. Ogni radiazione che entra attraverso l'apertura dopo numerose riflessioni interne viene assorbita dalle pareti della cavità. Lo spettro della radiazione emessa dall'apertura non dipende dal tipo di materiale di cui è fatta la cavità, ma dipende solo dalla temperatura di tale materiale. Se osserviamo attraverso un reticolo di diffrazione la luce emessa dal filamento di una lampadina ad incandescenza, vediamo tutti i colori dell'arcobaleno. Il filamento emette anche radiazioni infrarosse che il nostro occhio non è in grado di percepire. Lo spettro di emissione può essere rappresentato in un grafico che riporta l'intensità delle radiazioni emesse alle varie lunghezze d'onda.

Anche la quantità totale di energia emessa ogni secondo dal corpo aumenta con la temperatura; più precisamente, essa è direttamente proporzionale alla quarta potenza della temperatura assoluta.



Pertanto come mostrano le curve della figura i corpi molto caldi emettono molta più energia al secondo dei corpi meno caldi. Ad esempio la potenza irradiata dal Sole nello spazio è pari a  $4 \times 10^{26} \text{ W}$ , un valore enorme; in media, ogni metro quadrato della Terra riceve dal Sole circa un migliaio di Joule al secondo.

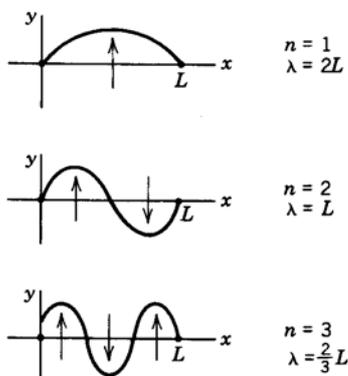
Perché lo spettro di un corpo nero ha proprio la forma riportata in figura? Le teorie della fisica classica non dovrebbero avere difficoltà a spiegare questo fenomeno. Il corpo nero contiene

particelle cariche che oscillano e che, oscillando, irradiano onde elettromagnetiche, comportandosi come "antenne" di dimensioni atomiche. Rayleigh e Jeans applicando le formule classiche trovarono che il potere emissivo specifico la seguente relazione:

$$(1) \quad I_\lambda = \frac{2\pi c}{\lambda^4} KT$$

**Figure 2-6**

Standing waves on a vibrating string with fixed ends. The wavelength of the  $n$ th mode is  $\lambda_n = 2L/n$ .



La (1) può essere riscritta nel seguente modo:

$$(1') \quad I_\lambda = \left(\frac{c}{4}\right) \left(\frac{8\pi}{\lambda^4}\right) KT$$

Dove  $(8\pi/\lambda^4)$  è il numero delle onde stazionarie, per unità di volume, di lunghezza d'onda  $\lambda$  all'interno della cavità; un risultato ottenuto applicando le leggi della fisica classica; mentre  $KT$ , dove  $K$  è la costante di Boltzmann è l'energia

media di ciascuna onda stazionaria che coincide con l'energia delle cariche oscillanti che l'hanno generata. Questa energia è stata determinata tenendo conto che ad oscillare sono ioni e molecole che si comportano come un gas di particelle oscillanti, le quali ricordando la teoria dei gas perfetti hanno una energia cinetica dell'ordine di  $KT$ .

Le onde confinate in una scatola, come la cavità che rappresenta un corpo nero, sono stazionarie e quindi devono verificare la relazione:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

Si ricordi che la radianza o potere emissivo specifico è legata alla densità di energia, cioè all'energia per unità di volume dalla relazione:

$$I_\lambda = \frac{c}{4} u_\lambda$$

La relazione (1) la quale mostra che il potere emissivo specifico è direttamente proporzionale alla temperatura, approssima con buona approssimazione le curve solo nella regione spettrale delle onde lunghe cioè nella zona delle onde radio e raggi infrarossi. Infatti per  $\lambda \rightarrow 0$  o  $\nu \rightarrow \infty$  la (1) porta a  $I \rightarrow \infty$  cioè un corpo nero dovrebbe emettere in prevalenza onde elettromagnetiche di altissima frequenza, raggi X, raggi  $\gamma$ ; un forno da cucina sarebbe una sorgente di raggi  $\gamma$  (catastrofe ultravioletta).

Wien propose una formula che si adatta bene alla curva sperimentale solo nella zona delle onde corte:

$$(2) \quad I_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}$$

Il fatto che non si riuscisse a trovare una curva che si adattava perfettamente alla curva sperimentale era la conferma che il fenomeno dello spettro del corpo nero richiedeva un radicale cambiamento nel modo di concepire la natura dell'energia e della materia. La svolta avvenne il 14 dicembre del 1900 quando il fisico tedesco Max Planck mostrò che si otteneva una formula in accordo con la distribuzione sperimentale dell'energia emessa da un corpo nero solo a condizione di introdurre la seguente ipotesi "Gli oscillatori non possono assorbire o emettere onde e.m. con qualunque valore di energia ma solo certi valori discreti chiamati anche "quanti", dati dalla relazione:

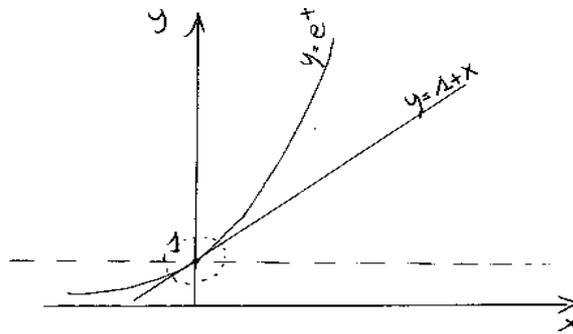
$$(3) \quad E = nhf \quad n=1,2,3,\dots$$

La costante  $h$ , detta di Planck è estremamente piccola  $6.626 \times 10^{-34}$  J/Hz ( $J*s$ ). Ciò significa che gli intervalli tra i diversi valori di energia permesso sono troppo piccoli perché sia possibile osservare una quantizzazione dell'energia nel caso dei corpi macroscopici. Con l'ipotesi dei quanti Planck ottenne per  $I_\lambda$  l'espressione:

$$(4) \quad I_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (4') \quad I_\lambda = \left(\frac{c}{4}\right) \left(\frac{8\pi}{\lambda^4}\right) \left[\left(\frac{hc}{\lambda}\right) \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}\right]$$

A partire dal massimo, l'intensità definita dalla formula di Planck decresce con andamento differente nelle due direzioni. Nella zona delle onde corte ( $\lambda$  piccola) il denominatore del secondo

fattore della formula di Planck è grande, e si può trascurare l'unità ottenendo allora la formula di Wien che descrive la forte diminuzione del potere emissivo verso l'estremo violetto dello spettro.



All'estremità opposta dello spettro (raggi infrarossi e onde radio) l'attenuazione del potere emissivo dovuta alla diminuzione della lunghezza d'onda è molto più graduale, poiché per grandi  $\lambda$

Infatti si ha che:  $e^x \approx 1+x$  quando  $x \rightarrow 0$

e la formula di Planck si trasforma nella formula di Rayleigh-Jeans.